Đại số 10/Chương I/§1. Mệnh đề

|  |
| --- |
| **Mục lục**   * [1 Lí thuyết](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_I/%C2%A71._M%E1%BB%87nh_%C4%91%E1%BB%81#L.C3.AD_thuy.E1.BA.BFt)   + [1.1 Mệnh đề và các phép toán lôgic](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_I/%C2%A71._M%E1%BB%87nh_%C4%91%E1%BB%81#M.E1.BB.87nh_.C4.91.E1.BB.81_v.C3.A0_c.C3.A1c_ph.C3.A9p_to.C3.A1n_l.C3.B4gic)     - [1.1.1 Mệnh đề](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_I/%C2%A71._M%E1%BB%87nh_%C4%91%E1%BB%81#M.E1.BB.87nh_.C4.91.E1.BB.81)     - [1.1.2 Phủ định của một mệnh đề](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_I/%C2%A71._M%E1%BB%87nh_%C4%91%E1%BB%81#Ph.E1.BB.A7_.C4.91.E1.BB.8Bnh_c.E1.BB.A7a_m.E1.BB.99t_m.E1.BB.87nh_.C4.91.E1.BB.81)     - [1.1.3 Mệnh đề kéo theo](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_I/%C2%A71._M%E1%BB%87nh_%C4%91%E1%BB%81#M.E1.BB.87nh_.C4.91.E1.BB.81_k.C3.A9o_theo)     - [1.1.4 Mệnh đề Đảo. Hai mệnh đề tương đương](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_I/%C2%A71._M%E1%BB%87nh_%C4%91%E1%BB%81#M.E1.BB.87nh_.C4.91.E1.BB.81_.C4.90.E1.BA.A3o._Hai_m.E1.BB.87nh_.C4.91.E1.BB.81_t.C6.B0.C6.A1ng_.C4.91.C6.B0.C6.A1ng)   + [1.2 Hàm mệnh đề. Các lượng từ tồn tại và tổng quát](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_I/%C2%A71._M%E1%BB%87nh_%C4%91%E1%BB%81#H.C3.A0m_m.E1.BB.87nh_.C4.91.E1.BB.81._C.C3.A1c_l.C6.B0.E1.BB.A3ng_t.E1.BB.AB_t.E1.BB.93n_t.E1.BA.A1i_v.C3.A0_t.E1.BB.95ng_qu.C3.A1t)     - [1.2.1 Hàm mệnh đề](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_I/%C2%A71._M%E1%BB%87nh_%C4%91%E1%BB%81#H.C3.A0m_m.E1.BB.87nh_.C4.91.E1.BB.81)     - [1.2.2 Mệnh đề tồn tại](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_I/%C2%A71._M%E1%BB%87nh_%C4%91%E1%BB%81#M.E1.BB.87nh_.C4.91.E1.BB.81_t.E1.BB.93n_t.E1.BA.A1i)     - [1.2.3 Mệnh đề tổng quát](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_I/%C2%A71._M%E1%BB%87nh_%C4%91%E1%BB%81#M.E1.BB.87nh_.C4.91.E1.BB.81_t.E1.BB.95ng_qu.C3.A1t)     - [1.2.4 Phủ định của mệnh đề tồn tại và tổng quát](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_I/%C2%A71._M%E1%BB%87nh_%C4%91%E1%BB%81#Ph.E1.BB.A7_.C4.91.E1.BB.8Bnh_c.E1.BB.A7a_m.E1.BB.87nh_.C4.91.E1.BB.81_t.E1.BB.93n_t.E1.BA.A1i_v.C3.A0_t.E1.BB.95ng_qu.C3.A1t) * [2 BÀI TẬP](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_I/%C2%A71._M%E1%BB%87nh_%C4%91%E1%BB%81#B.C3.80I_T.E1.BA.ACP) * [3 Tài liệu tham khảo](http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/%C4%90%E1%BA%A1i_s%E1%BB%91_10/Ch%C6%B0%C6%A1ng_I/%C2%A71._M%E1%BB%87nh_%C4%91%E1%BB%81#T.C3.A0i_li.E1.BB.87u_tham_kh.E1.BA.A3o) |

**Lí thuyết**

**Mệnh đề và các phép toán lôgic**

**Mệnh đề**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Hoạt động 1*** | Cho các câu sau đây:   1. "Nước Việt Nam nằm ở châu Âu". ← Sai 2. "Cuốn sách này giá bao nhiêu tiền?" ← Không đúng, không sai 3. "20 là số chẵn". ← Đúng 4. "Tất cả hãy anh dũng tiến lên!". ← Không đúng, không sai 5. "Ông A là nhà toán học vĩ đại". ← Không đúng, không sai 6. "Tổng ba góc của một tam giác bằng 360 độ". ← Sai 7. "Số tự nhiên n chia hết cho 5". ← Không đúng, không sai 8. "Số 123 chia hết cho 3" ← Đúng   **a)** Xét tính đúng/sai của các câu trên.  **b)** Từ a) hãy xếp các câu trên thành hai loại. Các câu 1, 3, 6 và 8 là những câu có tính chất: hoặc đúng hoặc sai, không thể vừa đúng vừa sai. Các câu còn lại không đúng cũng không sai |
|  |

Trong toán học, ta hiểu một *mệnh đề logic* (gọi tắt là **mệnh đề**) là một phát biểu khẳng định một sự kiện nào đó, sao cho khẳng định đó nhận một trong hai giá trị "đúng" hoặc "sai".

Như vậy:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Mỗi mệnh đề phải đúng hoặc sai. Một mệnh đề không thể vừa đúng, vừa sai. |
|  |

Kí hiệu:

Người ta thường dùng các chữ cái a, b, c,... A, B, C,... để kí hiệu cho các mệnh đề. Chẳng hạn, để kí hiệu a/P là mệnh đề "Paris là thủ đô của nước Pháp" ta sẽ viết:

a = "Paris là thủ đô của nước Pháp" hoặc

P : "Paris là thủ đô của nước Pháp".

|  |  |
| --- | --- |
| ***Hoạt động 2*** | Hãy nêu (nói/viết) hai câu, một câu là mệnh đề và một câu không là mệnh đề. |
|  |

**NHẬN XÉT:**

**Nói chung những *câu nghi vấn*, *câu cảm thán*, *câu mệnh lệnh* đều không phải là mệnh đề.**

**Trong toán học, khi có hai số, người ta dùng các phép toán số học (cộng, trừ, nhân, chia,...) tác động vào chúng để nhận được những số mới. Tương tự, khi có mệnh đề, người ta dùng các phép lôgic tác động vào chúng để nhận được những mệnh đề mới. Dưới đây ta trình bày định nghĩa và *một số* tính chất cơ bản của các phép toán này.**

**Phủ định của một mệnh đề**

|  |  |
| --- | --- |
| ***VÍ DỤ 1*** | Xét hai mệnh đề  A = "9 là một số nguyên tố"  \overline A = "9 *không phải* là một số nguyên tố".  Hai mệnh đề A và \overline A là hai khẳng định trái ngược nhau. Vì A nhận giá trị sai, còn \overline A nhận giá trị đúng. |
|  |

**Tổng quát, nếu một mệnh đề được kí hiệu là A, thì mệnh đề phủ định của nó được kí hiệu là \overline A. Do ý nghĩa của phủ định, ta thấy:**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Nếu mệnh đề A là đúng, thì mệnh đề \overline A là sai.  Nếu mệnh đề A là sai, thì mệnh đề \overline A là đúng. |
|  |

|  |  |
| --- | --- |
| ***VÍ DỤ 2*** | Nếu *a* = "Paris là thủ đô của nước Pháp" thì mệnh đề phủ định \overline{a} có thể diễn đạt như sau:   * \overline{a} = "Không phải Paris là thủ đô của nước Pháp" * hoặc \overline{a} = "Paris không phải là thủ đô của nước Pháp". |
|  |

|  |  |
| --- | --- |
| ***VÍ DỤ 3*** | Nếu *b* = "15 lớn hơn 30" thì mệnh đề phủ định \overline{b} có thể diễn đạt như sau:   * \overline{b} = "Không phải 15 lớn hơn 30" * hoặc \overline{b} = "15 không lớn hơn 30" * hoặc \overline{b} = "15 nhỏ hơn 30" |
|  |

**CHÚ Ý:**

**Mệnh đề phủ định của a thường được diễn đạt là "không phải a".****Mệnh đề kéo theo**

**Với hai mệnh đề a và b, một mệnh đề được thành lập từ hai mệnh đề a và b bởi cặp liên từ "Nếu... thì...":**

**"Nếu a thì b"**

**được gọi là "mệnh đề kéo theo" của các mệnh đề a và b, kí hiệu là:**

**"a \Rightarrow b"**

|  |  |
| --- | --- |
| ***VÍ DỤ 4*** | Với  a = "Tam giác T là đều".   ← mệnh đề đúng.  b = "Tam giác T có một góc bằng 60°".   ← mệnh đề đúng.  thì "a \Rightarrow b" = "Nếu tam giác T là tam giác đều, thì nó có một góc bằng 60°".   ← mệnh đề đúng. |
|  |

|  |  |
| --- | --- |
| ***VÍ DỤ 5*** | Với  a = "T là một tam giác"   ← mệnh đề đúng.  b = "Tam giác T là một hình vuông"   ← mệnh đề sai.  thì "a \Rightarrow b" = "Nếu T là một tam giác thì T là một hình vuông"   ← là mệnh đề sai. |
|  |

**Qua ví dụ 4 & 5, ta thấy:**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Nếu a đúng và b *đúng* thì "a \Rightarrow b" là một mệnh đề *đúng*.  Nếu a đúng và b *sai* thì "a \Rightarrow b" là một mệnh đề *sai*.  Nói cách khác: mệnh đề "a \Rightarrow b" chỉ *sai* khi *a đúng và b sai*. |
|  |

|  |  |
| --- | --- |
| ***Hoạt động 4*** | Cho các mệnh đề:   * a = "-3 < -2" và b = "(-3)2 < (-2)2" * c = "\sqrt{3} < 2" và d = "3 < 4".   Hãy xét tính đúng/sai của các mệnh đề: a \Rightarrow b và c \Rightarrow d |
|  |

**NHẬN XÉT:**

**Để chứng minh mệnh đề a \Rightarrow b đúng ta chỉ cần xét trường hợp a và b cùng đúng và phép chứng minh mệnh đề a \Rightarrow b được tiến hành theo ba bước:**

***Bước 1. Giả sử a đúng.***

***Bước 2. Từ giả thiết a đúng, dùng lập luận và các mệnh đề toán học đã biết, suy ra b đúng.***

***Bước 3. Kết luận a \Rightarrow b luôn đúng.***

**CHÚ Ý:**

**1. Các định lí toán học thường là những mệnh đề đúng và có dạng "a \Rightarrow b". Trong đó, a được gọi là giả thiết, b được gọi là kết luận của định lí.**

**2. Nếu ta coi mệnh đề a \Rightarrow b là *mệnh đề thuận* thì mệnh đề:**

* **b \Rightarrow a được gọi là *mệnh đề đảo***
* **\overline{a} \Rightarrow \overline{b} là *mệnh đề phản***
* **\overline{b} \Rightarrow \overline{a} là *mệnh đề phản đảo*.**

**3. Mệnh đề "Nếu a thì b" thường được diễn đạt dưới nhiều hình thức khác nhau, chẳng hạn:**

**"a kéo theo b"  
"Có b khi có a"  
"Từ a suy ra b"  
"a là điều kiện đủ để có b"  
"b là điều kiện cần (ắt có) để có a"  
..............**

**Ví dụ:**

* **"15 có chữ số tận cùng bằng 5 suy ra 15 chia hết cho 5"   ← mệnh đề đúng.**
* **"Nếu dây tóc bóng đèn có dòng điện chạy qua thì bóng đèn sáng"   ← mệnh đề đúng.**

**4. Trong văn học, mệnh đề kéo theo còn được diễn đạt bằng nhiều hình thức phong phú. Chẳng hạn:**

**"Bao giờ bánh đúc có xương,  
Bấy giờ dì ghẻ mới thương con chồng"**

**hoặc**

**"Chuồn chuồn bay thấp thì mưa,  
Bay cao thì nắng bay vừa thì dâm".**

**Mệnh đề Đảo. Hai mệnh đề tương đương**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Hoạt động 5*** | Cho tam giác *ABC*. Xét các mệnh đề dạng "a \Rightarrow b" sau:  a) Nếu tam giác ABC là một tam giác đều thì ABC là một tam giác cân.  b) Nếu tam giác ABC là một tam giác đều thì ABC là một tam giác cân và có một góc bằng 60°.  Hãy phát biểu các mệnh đề "b \Rightarrow a" tương ứng và xét tính đúng sai của chúng. |
|  |

Như trên, ta đã biết, các mệnh đề dạng "b \Rightarrow a" được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề "a \Rightarrow b".

Dễ thấy rằng, mệnh đề đảo của một mệnh đề không nhất thiết là đúng. Chẳng hạn:

"Nếu tam giác ABC là một tam giác đều thì ABC là một tam giác cân" là một mệnh đề đúng

nhưng mệnh đề đảo của nó:

"Nếu tam giác ABC cân thì ABC là một tam giác đều" lại là một mệnh đề sai

Trường hợp đặc biệt:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Khi cả hai mệnh đề "a \Rightarrow b" và "b \Rightarrow a" cùng đúng(\*) ta nói a và b là **hai mệnh đề tương đương**. Kí hiệu là:  a \Leftrightarrow b  đọc là   * "a tương đương b" hoặc * "a khi và chỉ khi b" hoặc * "a nếu và chỉ nếu b" hoặc * "a và b là hai mệnh đề tương đương" hoặc * "a là điều kiều kiện cần và đủ để có b" |
|  |

|  |  |
| --- | --- |
| ***VÍ DỤ 6*** | Tam giác ABC cân và có một góc 60° là điều kiện cần và đủ để tam giác ABC đều.  Một tam giác là tam giác vuông khi và chỉ khi nó có một góc bằng tổng hai góc còn lại. |
|  |

**CHÚ Ý:**

1. Tổng quát, (\*) hai mệnh đề a, b tương đương với nhau hoàn toàn không có nghĩa là nội dung của chúng như nhau, mà nó chỉ nói lên rằng chúng có cùng giá trị chân lí (*cùng đúng hoặc cùng sai*).

*Ví dụ:*

* "Tháng 12 có 31 ngày khi và chỉ khi trái đất quay quanh mặt trời" là mệnh đề đúng.
* "12 giờ trưa hôm nay Tuấn có mặt ở Hà Nội nếu và chỉ nếu vào giờ đó anh đang ở thành phố Hồ Chí Minh" là mệnh đề sai.
* "Hình vuông có một góc tù khi và chỉ khi 100 là số nguyên tố" là mệnh đề đúng.

3. Để chứng minh mệnh đề a  \Leftrightarrow b ta chứng minh hai mệnh đề a \Rightarrow b và b \Rightarrow a.

4. Các cặp mệnh đề thuận và phản đảo, đảo và phản là những cặp mệnh đề tương đương.

**Hàm mệnh đề. Các lượng từ tồn tại và tổng quát**

**Hàm mệnh đề**

Ta xét các ví dụ sau:

**Ví dụ 1:** "Số tự nhiên n chia hết cho 5".

Về phương diện ngôn ngữ thì đây là một câu. Nhưng câu này chưa phản ánh tính đúng hoặc sai một thực tế khách quan nào, cho nên nó chưa phải là mệnh đề. Song nếu ta thay n bằng số tự nhiên cụ thể, chẳng hạn:

* Thay n = 100 ta được mệnh đề đúng: "Số 100 chia hết cho 5".
* Thay n = 101 ta được mệnh đề sai: "Số 101 chia hết cho 5".

**Ví dụ 2:** "x + 3 > 7".

Tương tự như trong ví dụ 1, x + 3 > 7 chưa phải là mệnh đề, song nếu ta thay x bởi một số thực cụ thể, chẳng hạn:

* Thay x = 0 ta được mệnh đề sai: "0 + 3 > 7".
* Thay x = 5 ta được mệnh đề đúng: "5 + 3 > 7".

**Ví dụ 3:** "Ông A là nhà toán học vĩ đại".

Câu trên chưa phải là mệnh đề. Nhưng nếu ta chọn "ông A" là "[Gausơ](http://vi.wikipedia.org/wiki/Carl_Friedrich_Gau%C3%9F)" sẽ được mệnh đề đúng: "Gausơ là nhà toán học vĩ đại", nếu ta chọn "ông A" là "[Đinh Bộ Lĩnh](http://vi.wikipedia.org/wiki/%C4%90inh_B%E1%BB%99_L%C4%A9nh)" thì sẽ được mệnh đề sai: "Đinh Bộ Lĩnh là nhà toán học vĩ đại".

Từ các ví dụ trên ta đi đến định nghĩa sau

|  |  |
| --- | --- |
|  | Những câu có chứa các biến mà bản thân nó chưa phải là mệnh đề nhưng khi ta thay các biến đó bởi các phần tử thuộc tập xác định X thì nó trở thành mệnh đề (đúng hoặc sai) ta sẽ gọi là *hàm mệnh đề*(hoặc *vị từ, hàm phán đoán, mệnh đề không xác định, mệnh đề chứa biến*). Tập X gọi là miền xác định của hàm mệnh đề đó. |
|  |

Ta dùng kí hiệu: T(n), F(x),... để chỉ các hàm mệnh đề.

Chẳng hạn:

* Hàm mệnh đề T(n): "Số tự nhiên n chia hết cho 5" có miền xác định là tập các số tự nhiên N. Tập các số tự nhiên có tận cùng bằng 0 hoặc 5 là miền đúng của T(n).
* Hàm mệnh đề F(x) = "x + 3 > 7" có miền xác định là các số thực. Tập các số thực lớn hơn 4 ta gọi là miền đúng của hàm mệnh đề F
* **Mệnh đề tồn tại**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Cho T(x) là hàm mệnh đề xác định trên miền X. Nếu ta đặt thêm cụm từ "Tồn tại x \in X sao cho ..." vào trước hàm mệnh đề T(x) ta được mệnh đề:  **"Tồn tại x \in X sao cho T(x)**  Ta gọi mệnh đề có cấu trúc như trên là *mệnh đề tồn tại*.  Kí hiệu là:  \exists x \in X : T(x)  hoặc  \exists x\ T(x) x \in X |
|  |

Kí hiệu \exists gọi là *lượng từ tồn tại*.

**Ví dụ:**

* "Tồn tại số thực x sao cho x + 3 > 7" là mệnh đề đúng.

Kí hiệu là: \exists x : x + 3 > 7

* "Tồn tại số tự nhiên n sao cho n chia hết cho 5" là mệnh đề đúng.

Kí hiệu là: \exists n \in \mathbb{N} : n\ \vdots\ 5

* "Tồn tại số thực x sao cho x2 + 1 = 0" là mệnh đề sai.

Kí hiệu là: \exists x : x^2 + 1 = 0

**CHÚ Ý:**

1. Trong thực tế, mệnh đề tồn tại còn được diễn đạt dưới những dạng khác nhau, chẳng hạn:

* "Tồn tại ít nhất một x \in X sao cho T(x)".
* "Có một x \in X sao cho T(x)".
* "Có ít nhất một x \in X sao cho T(x)".
* "Ít ra cũng có một người là nhà toán học".
* "Một số người là nhà toán học".
* "Có nhiều người là nhà toán học"
* ..................

2. Ta dùng kí hiệu \exists ! x \in X : T(x) với nghĩa "Tồn tại duy nhất một x \in X sao cho T(x)".

|  |  |
| --- | --- |
|  | Phát biểu thành lời mệnh đề sau:  \exists x \in \mathbb{Z} : x^2 = x.  Mệnh đề này đúng hay sai? |
|  |

**Mệnh đề tổng quát**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Cho T(x) là hàm mệnh đề xác định trên miền X. Nếu ta đặt thêm cụm từ "Với mọi x \in X ta có ..." vào trước hàm mệnh đề T(x) ta được mệnh đề:  **"Với mọi x \in X ta có T(x)"**  Ta gọi mệnh đề có cấu trúc như trên là *mệnh đề tổng quát* (hoặc toàn thể, phổ biến, phổ cập,...).  Kí hiệu là:  \forall x \in X,\ T(x)  hoặc  (\forall x \in X)\ T(x)  hoặc  \forall x \ T(x)  x \in X |
|  |

Kí hiệu \forall gọi là *lượng từ tổng quát* (hay toàn thể, phổ biến, phổ cập,...)

**Ví dụ:**

* "Với mọi số tự nhiên n ta có n chia hết cho 5" là mệnh đề sai.

Kí hiệu là: \forall n \in \mathbb{N}, n\ \vdots \ 5

* "Với mọi số thực x ta có x + 3 > 7" là mệnh đề sai.

Kí hiệu là: \forall x, x + 3 > 7

* "Với mọi số thực x ta có x2 + 1 > 0" là mệnh đề đúng.

Kí hiệu là: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0

**CHÚ Ý:** Trong thực tế, mệnh đề tổng quát thường được diễn đạt dưới nhiều hình thức khác nhau, chẳng hạn:

* "Tất cả người Việt Nam đều nói tiếng Anh".
* "Mọi người Việt Nam đều nói thạo tiếng Anh".
* "Người Việt Nam nào cũng nói thạo tiếng Anh".
* "Đã là người Việt Nam thì ai chẳng nói thạo tiếng Anh".
* ....................

|  |  |
| --- | --- |
| ***Hoạt động 6*** | Phát biểu thành lời mệnh đề sau:  \forall n \in \mathbb{Z} : n + 1 > n.  Mệnh đề này đúng hay sai? |
|  |

[**Phủ định của mệnh đề tồn tại và tổng quát**

Xét ví dụ sau:

|  |  |
| --- | --- |
| ***VÍ DỤ 7*** | Cho hai mệnh đề: a = "Mọi số thực đều có bình phương khác 1" và b = "Có một số tự nhiên *n* mà 2*n* = 1".  a) Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề trên.  b) Dùng các lượng từ tổng quát và tồn tại để viết lại các mệnh đề a, \overline a, b và \overline b. |
|  |

|  |  |
| --- | --- |
| *Lời giải* | a) Phủ định của mệnh đề  a = "Mọi số thực đều có bình phương khác 1"  là  \overline a = "Có một số thực mà bình phương của nó bằng 1"  Phủ định của mệnh đề  b = "Có một số tự nhiên *n* mà 2*n* = 1"  là  \overline b = "Với mọi số tự nhiên *n*, đều có 2*n* ≠ 1"  b) Ta có  a = "\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \ne 1" và \overline a = "\exists x\in \mathbb R : x^2 = 1"  b = "\exists n\in \mathbb{N} : 2n = 1" và \overline b = "\forall n \in \mathbb{N}, 2n \ne 1" |
|  |

Tổng quát, ta có hai mệnh đề:

* \exists x\in X : T(x) và  \forall x \in X, \overline{T(x)} là phủ định của nhau.
* \forall x \in X, T(x) và  \exists x\in X : \overline{T(x)} là phủ định của nhau.

|  |  |
| --- | --- |
| ***Hoạt động 7*** | Hãy phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau:  p = "Mọi động vật đều di chuyển được"  q = "Có một học sinh của lớp không thích học môn Toán".Dùng các lượng từ tổng quát và tồn tại để viết lại các mệnh đề a, b và các mệnh đề phủ định của chúng. |
|  |

**BÀI TẬP**

Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề, câu nào là mệnh đề chứa biến?

a) 3 + 2 = 7;       b) 4 + x = 3;

c) x + y > 1;       d) 2 - √5 < 0.

Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau và phát biểu mệnh đề phủ định của nó.

a) 1794 chia hết cho 3;       b) √2 là một số hữu tỉ;

c) π < 3,15;             d) |-125| ≤ 0.

Cho các mệnh đề kéo theo:

* + Nếu a và b cùng chia hết cho c thì a + b chia hết cho c (a, b, c là những số nguyên).
  + Các số nguyên có tận cùng bằng 0 đều chia hết cho 5.
  + Tam giác cân có hai trung tuyến bằng nhau.
  + Hai tam giác bằng nhau có diện tích bằng nhau.

a) Hãy phát biểu mệnh đề đảo của mỗi mệnh đề trên.

b) Phát biểu mỗi mệnh đề trên, bằng cách sử dụng khái niệm "điều kiện đủ".

c) Phát biểu mỗi mệnh đề trên, bằng cách sử dụng khái niệm "điều kiện cần".

Phát biểu mỗi mệnh đề sau, bằng cách sử dụng khái niệm "điều kiện cần và đủ".

a) Một số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9 và ngược lại.

b) Một hình bình hành có các đường chéo vuông góc là một hình thoi và ngược lại.

c) Phương trình bậc hai có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi biệt thức của nó dương.

Dùng kí hiệu \forall, \exists để viết các mệnh đề sau:

a) Mọi số nhân với 1 đều bằng chính nó.

b) Có một số cộng với chính nó bằng 0.

c) Mọi số cộng với số đối của nó đều bằng 0.

Phát biểu thành lời mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của nó:

a) \forall x \in \mathbb{R}:x^2>0;     b) \exists n \in \mathbb{N}:n^2=n;

c) \forall n \in \mathbb{N}:n \le 2n;     d) \exists x \in \mathbb{R}:x < \frac{1}{x}.

Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của nó:

a) \forall n \in \mathbb{N}: n\ \vdots\ n;     b) \exists x \in \mathbb{Q}:x^2 = 2;

b) \forall x \in \mathbb{R}:x < x + 1;     d) \exists x \in \mathbb{R}: 3x = x^2 + 1.

Tài liệu tham khảo

* Introduction to Discrete Mathematics, Propositional Logic:
* Sách in: